

УДК 614.841

УДОСКОНАЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ СИСТЕМИ «ЗАЛІЗОБЕТОННА КОЛОНА–ПЕРЕКРИТТЯ»

[https://doi.org/10.33269/nvcz.2025.1.\(19\).97-108](https://doi.org/10.33269/nvcz.2025.1.(19).97-108)

Майборода Р. І., ORCID iD 0000-0002-3461-2959

Отрош Ю. А., ORCID iD 0000-0003-0698-2888

*E-mail: maiboroda.roman@gmail.com

Національний університет цивільного захисту України, Україна, Україна

ІНФОРМАЦІЯ ПРО СТАТТЮ

Надійшла до редакції:

30.04.2025

Пройшла рецензування:

16.05.2025

КЛЮЧОВІ СЛОВА:

теплопровідність, пожежа, залізобетон, вузол з'єднання, контактна теплопровідність, прогресуюче обвалення

АНОТАЦІЯ

У статті представлено удосконалену математичну модель теплопровідності в системі «залізобетонна колона–перекриття» при пожежі, яка враховує просторову теплову взаємодію конструктивних елементів, тепловий контакт у зоні вузла та механізм взаємного опромінювання. Модель є суттєвим розширенням класичного підходу, у якому конструкції розглядаються переважно як пасивні об'єкти поглинання тепла. Запропонований підхід враховує, що нагріті поверхні є додатковими джерелами випромінювання, що сприяє підвищенню температури конструкцій в близькій зоні з'єднання, а також одночасно охолоджуються через теплові втрати на взаємне опромінення. Обчислення взаємного опромінювання між поверхнями в моделі реалізовано з урахуванням коефіцієнта бачення та відстаней між поверхнями. Представлено опис теплового контакту через коефіцієнт контактного теплообміну, що враховує характер зчеплення, щільність монолітного стику. В результаті модель дозволяє точно відобразити розподіл температури в місці з'єднання конструкцій, включаючи додатковий локальний нагрів за рахунок взаємного опромінення. Результати чисельного аналізу показали, що в зоні до 0,5 м від стику додаткове випромінювання колони може підвищувати температуру переkritтя на 20–40 °C порівняно з моделями без урахування цієї взаємодії, що знижує вогнестійкість плити на 5-10 %. Врахування цього ефекту є особливо важливим у розрахунках стійкості до прогресуючого обвалення будівель внаслідок пожежі, оскільки перевищення критичних температур у зоні з'єднання конструкцій значно підвищує ймовірність руйнування несучих елементів. Таким чином, удосконалена модель забезпечує комплексне чисельне представлення температурних полів в умовах пожежі з урахуванням конструктивної взаємодії, теплового контакту, взаємного опромінення та впливу на ймовірність розвитку прогресуючого обвалення в монолітних залізобетонних будівлях. Практична реалізація можлива в чисельних програмних середовищах, таких як LIRA-CAEP, ANSYS.

Постановка проблеми. У більшості існуючих розрахункових моделей визначення температурного впливу від пожежі на елементи конструкції, зокрема, для колон та переkritтя – розглядаються окремо. Вузли жорсткого з'єднання при цьому спрощуються або ігноруються, що суперечить реальній фізичній картині. У

стикових зонах спостерігається посилена теплопередача та утворення локальних температурних піків, які істотно впливають на загальний температурний стан і зниження дійсної несучої здатності конструкції. Пропонується розв'язання цієї проблеми шляхом розробки удосконаленої математичної моделі теплопередачі із урахуванням контактної взаємодії у вузлу

та взаємного опромінення між суміжними внутрішніми поверхнями, що суттєво підвищить ризик руйнування конструкцій та настання прогресуючого обвалення.

Аналіз останніх досягнень і публікацій. Проблема стійкості залізобетонних конструкцій внаслідок дії пожеж розглядалася в численних дослідженнях, проте більшість із них фокусуються на окремих елементах без урахування теплової взаємодії в зонах з'єднання. Класичні підходи до аналітичного опису теплопереносу в конструкційних матеріалах були закладені в роботі [1], де обґрунтовано диференціальні рівняння теплопровідності з урахуванням властивостей матеріалів. У той час, як це дослідження формалізувало методи для окремих елементів, воно не охоплює специфіку стикових зон.

У дослідженні [2] розглянуто температурний розподіл у залізобетонних колонах, а також вивчено граничні температури руйнування бетону. Роботи [3,4] суттєво розвинули напрям математичного моделювання вогнестійкості з урахуванням температурозалежних властивостей матеріалів, фазових переходів у бетоні та впливу тривалості пожежі. Особливо варто відзначити роботу [4], де моделюється структурна поведінка перекриттів в умовах пожежі із порівнянням числових та експериментальних даних.

Попри значний розвиток моделей теплопередачі, нормативний документ [5] подає лише загальні положення щодо моделювання меж вогнестійкості, не деталізуючі опис теплової взаємодії у вузлах з'єднання конструкцій. Аналогічно, у [6], який регламентує навантаження від стандартної пожежі, вказується лише температурна крива без методики оцінки локального теплового ефекту у з'єднаннях.

Системні підходи до моделювання впливу пожежі на конструкції будівель були започатковані в роботах авторів [7], які показали важливість температурного впливу на втрату стійкості та початок прогресуючого обвалення. Однак і в цьому підході зона контакту між елементами

розглядається як ізотропна область, що не відображає фізичної складності теплових процесів.

Серед українських джерел варто відзначити дослідження [8], які вказують на важливість вивчення температурного стану вузлових з'єднань у багатоповерхових монолітних будівлях. Автори підкреслюють, що саме температурна концентрація в стиках може бути критичною для втрати стійкості, але подають висновки без чисельної реалізації відповідної моделі.

Особливу увагу слід звернути на дослідження радіаційного теплообміну при пожежі між близько розташованими конструкціями поверхонь, оскільки саме взаємне опромінення в зоні вузла є додатковим критерієм локального перегріву. У роботі [9] розглянуто радіаційний обмін у межах розрахункової камери з аналітичним визначенням коефіцієнтів взаємного бачення (view factors), які визначають інтенсивність теплообміну. Результати моделювання температурного впливу в зонах з порожнистими блоками з урахуванням радіаційної передачі тепла – їх результати показали, що взаємне опромінення є досить суттєвим для його врахування в умовах високих температур [10].

Огляд іноземних та вітчизняних джерел, демонструє відсутність та необхідність дослідження процесів теплопередачі в зоні «колона–перекриття» з врахуванням контактної теплопередачі, зміни теплофізичних властивостей матеріалів за підвищених температур, взаємне радіаційне опромінення та інше. Дослідження мають практичну цінність для підвищення точності оцінювання вогнестійкості конструкцій для системи будівлі в цілому, в тому числі і при оцінці стійкості до прогресуючого обвалення залізобетонних будівель внаслідок пожежі.

Попри наявність широкого спектра теоретичних і експериментальних досліджень вогнестійкості залізобетонних конструкцій, значна частина робіт орієнтована на ізольоване вивчення

теплопередачі в окремих елементах – балках, колонах, плитах – без урахування їх взаємодії в умовах пожежі. Такий підхід істотно спрощує фізичну модель і не дозволяє врахувати критичні локалізовані ефекти, зокрема в зонах контакту стиків.

Особливо актуальною залишається проблема відсутності моделей, які б комплексно враховували контактний теплообмін між суміжними конструктивними елементами з неоднорідним температурним полем; радіаційний теплообмін між поруч розташованими поверхнями, де відстань між елементами є мінімальною, що зумовлює підвищення температури.

Таким чином, існує обґрунтована проблема у створенні удосконаленої математичної моделі, яка поєднує відомі механізми теплового впливу пожежі на залізобетонні конструкції, враховує розподіл температурних полів у зоні вузла типу «колона–перекриття» як єдина розрахункова область, враховує контактну теплопередачу між суміжними елементами, включає взаємне радіаційне опромінення між внутрішніми поверхнями які перебувають у візуальному контакті. Розробка такої моделі дозволить забезпечити більш точну оцінку вогнестійкості залізобетонних конструкцій, визначити критичні температурні поля в стикових зонах та прогнозувати умови втрати стійкості конструкцій при пожежі.

Формулювання цілей досліджень. Метою дослідження є побудова математичної моделі нестационарної теплопередачі в зоні з'єднання «колона–перекриття» при пожежі, що дозволяє враховувати теплову взаємодію між елементами, зміну теплофізичних параметрів матеріалів за підвищених температур та характер нагріву. Особливий акцент зробити на врахуванні контактного теплообміну між конструкціями та взаємне опромінення суміжних ділянок.

У моделі реалізовано сценарій впливу стандартної пожежі, визначені розподіли температур у часі й просторі, які

можуть надалі порівнюватися з граничними температурами втрати міцності бетоном й арматурою. Досягнення критичних значень у зоні з'єднання розглядається як потенційна умова для втрати несучої здатності вузла з'єднання та ініціації прогресуючого обвалення. Розв'язання задачі виконується чисельно з використанням методу скінченних елементів, що забезпечує застосування розробленої моделі в розрахунках.

Методи дослідження. Для побудови удосконаленої моделі використано аналітичний підхід, заснований на класичних рівняннях теплопровідності (закон Фур'є), теплового випромінювання (закон Стефана–Больцмана), конвективного обміну (закон Ньютона) та контактного теплообміну. На цій основі запропоновано нову фізико-математичну постановку задачі, що враховує сумісну та просторову взаємодію елементів конструкції в умовах пожежі.

Виклад основного матеріалу. У рамках задачі розглядається нестационарна теплопередача у системі двох з'єднаних залізобетонних елементів (колона і переkritтя), які піддаються дії високих температур у процесі пожежі. Початкова модель описує зміну температури в кожній точці конструкції як функцію координат і часу.

Початкові умови (для всієї системи):

$$T = T(x, y, z, t), \forall (x, y, z) \text{ в області } \Omega \quad (1)$$

де,

$T = T(x, y, z, t)$ – температурне поле, що змінюється у просторі (x, y, z, t) та часі t , К;

(x, y, z) – просторові координати в тривимірному декартовому просторі, м;

t – час, що відображає тривалість теплового впливу, с;

Ω – область, яка відповідає об'єму конструкції.

Розв'язується диференціальне рівняння теплопровідності з урахуванням зміни від температури властивостей матеріалів:

$$\rho(T) \cdot c(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda(T) \cdot \nabla T), \text{ в області } \Omega \quad (2)$$

$\rho(T)$ – густина матеріалу, кг/м^3 ;
 $c(T)$ – питома теплоємність матеріалу як функція температури, $\text{Дж/(кг} \cdot \text{K)}$;

$\lambda(T)$ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу, що залежить від температури, $\text{Вт/(м} \cdot \text{K)}$;

$\frac{\partial T}{\partial t}$ – температура бетону у точці (х, у) в момент часу t;

$\nabla \cdot (\lambda(T) \cdot \nabla T)$ – оператор дивергенції, що описує тепловий потік у середовищі;

∇T – градієнт температури в просторі;

Ω – розрахункова область.

Граничні умови на зовнішній поверхні бетонної конструкції, яка піддається вогневому впливу:

$$-\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial \vec{n}}|_{\delta\Omega} = q_{rad} + q_{conv}, \quad (3)$$

де,

λ_c – коефіцієнт теплопровідності бетону, $\text{Вт/(м} \cdot \text{K)}$;

$\vec{n}$ – нормальний вектор до поверхні конструкції, направлений всередину до її осі;

q_{rad} , q_{conv} – променева і конвекційна складові щільності теплового потоку, що припадає на зовнішню поверхню конструкції, Вт/м^2 .

Граничні умови з необігрівної поверхні конструкцій:

$$-\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial \vec{n}}|_{\delta\Omega} = q_{rad} + q_{conv}, \quad (4)$$

Щільність теплового потоку конвекцією визначається законом Ньютона:

$$q_{conv} = \alpha(T_a - T_c), \quad (5)$$

де,

α – коефіцієнт конвекційного теплообміну, $\text{Вт/(м}^2 \cdot \text{K)}$;

T_a – температура повітря в точці контакту з конструкцією, K ;

T_c – температура в даній точці на поверхні конструкції, K .

Щільність теплового потоку випромінюванням визначається законом Стефана–Больцмана:

$$q_{rad} = c_0 \varepsilon_c \varepsilon_f \left[\left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \right] \psi, \quad (6)$$

де,

$c_0 = 5,67 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K}^4)$ – стала Стефана-Больцмана;

ε_c , ε_f – ступені чорноти конструкції і полум'я відповідно;

T_f – температура випромінюючої поверхні полум'я, K ;

ψ – коефіцієнт взаємного опромінення між даною точкою на поверхні конструкції і полум'ям.

Отже, диференціальне рівняння в частинних похідних параболічного типу (2), крайовою умовою на зовнішній поверхні бетону (3), (4) і початковими умовами (1), визначають динаміку зміни температури в залізобетонній конструкції в умовах теплового впливу пожежі (5), (6). Розв'язання даної крайової задачі дозволяє знайти значення температури в довільній точці конструкції в заданий момент часу.

Початкова математична модель теплопередачі в залізобетонних конструкціях, яка враховує лише внутрішню теплопровідність, теплоємність та зовнішній тепловий вплив від пожежі (конвекція й випромінювання), є недостатньою для достовірного прогнозування температурного стану конструктивних вузлів. Вона не враховує теплову взаємодію між елементами системи, зокрема передачу тепла через контактні поверхні (колона–перекриття) та взаємне інфрачервоне випромінювання між вже нагрітими елементами.

Це призводить до спрощення задавання температурного поля в зоні стику, спотворення результатів термомеханічного аналізу та, як наслідок, до потенційного недооцінювання або переоцінювання несучої здатності конструкцій в умовах пожежі.

Для розв'язання проблеми недостатньої точності початкової моделі теплопередачі, яка не враховує взаємодію між елементами (колона-перекриття) та взаємне опромінення, необхідно виконати комплекс удосконалень на рівні фізичної та математичної постановки задачі:

- виконати спільну геометричну модель конструктивної системи (розглядати колону та перекриття як єдину розрахункову область з чітко визначеною контактною межею β , визначити поверхні, які піддаються впливу вогню);

- ввести умову теплової взаємодії між елементами (контактна теплопередача в місці з'єднання, взаємне випромінювання

між нагрітими пожежею колоною та перекриття на певній ділянці).

Врахування локального теплообміну в зоні контакту.

Графічне представлення розширеної теплової моделі, в якій відображено основні механізми теплопровідності в зоні вузла типу «залізобетонна колона-перекриття» під час дії пожежі (рис. 1). Схема ілюструє комбінацію конвективного та радіаційного теплового впливу на відкриті поверхні елементів. У збільшеному фрагменті вузла праворуч деталізовано процес локального теплообміну в зоні контакту, який формалізується через коефіцієнт β – узагальнений параметр, що характеризує інтенсивність передачі тепла між колоною та перекриттям на межі їх сполучення. Така модель забезпечує більш точне прогнозування розподілу температурних полів у сумісній конструкції.

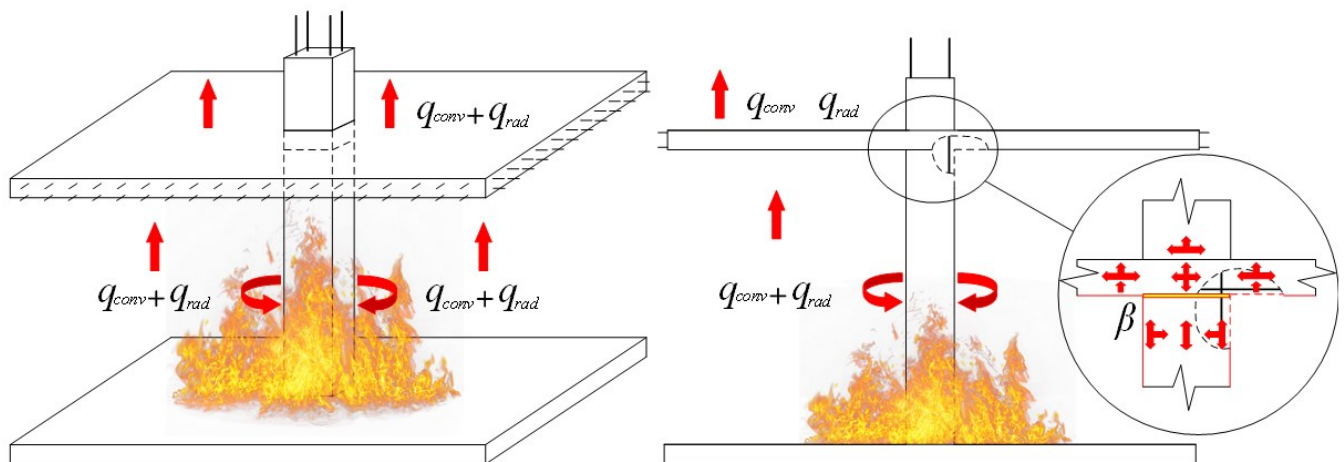


Рисунок 1 – Схематичне зображення механізмів теплопередачі в зоні вузла «залізобетонна колона-перекриття» під час пожежі з урахуванням конвективного, радіаційного впливу та контактного теплообміну, формалізованого через коефіцієнт β .

Умова теплової взаємодії між елементами.

Початкові умови (для системи колона-перекриття):

$$T = T(x, y, z, t), \quad \forall (x, y, z) \in \Omega_c \cup \Omega_s \quad (7)$$

де,

$T = T(x, y, z, t)$ – температурне поле, що змінюється у просторі (x, y, z) та часі t , К;

(x, y, z) – просторові координати в тривимірному декартовому просторі, м;

t – час, що відображає тривалість теплового впливу, с;

Ω_c – область, яка відповідає об'єму залізобетонної колони;

Ω_s – область, яка відповідає об’єму залізобетонного перекриття (плити);

$\Omega_c \cup \Omega_s$ – єдина розрахункова область, яка включає обидва конструктивні елементи – колоно та плиту.

Рівняння теплопровідності для кожного елемента:

– для залізобетонної колони:

$$\rho_c(T) \cdot c_c(T) \cdot \frac{\partial T_c}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_c(T) \cdot \nabla T_c), \forall x \in \Omega_c, t > 0 \quad (8)$$

– для залізобетонного перекриття:

$$\rho_s(T) \cdot c_s(T) \cdot \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s(T) \cdot \nabla T_s), \forall x \in \Omega_s, t > 0 \quad (9)$$

$\rho_{c,s}(T)$ – густина для колони та перекриття, кг/м³;

$c_{c,s}(T)$ – теплоємність колони та перекриття, Дж/кг · К;

$\lambda_{c,s}(T)$ – коефіцієнти теплопровідності колони та перекриття, Вт/м · К;

$T_{c,s}$ – температура у відповідному елементі, К;

Ω_c, Ω_s – просторові області колони та перекриття відповідно.

Граничні умови на зовнішній поверхні бетонної конструкції, яка піддається вогневому впливу:

$$-\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = q_{conv} + q_{rad}, \quad (10)$$

або

$$-\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = \alpha \cdot (T_g(t) - T) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_g(t)^4 - T^4), \quad (11)$$

де

α – коефіцієнт конвекційного теплообміну, Вт/(м²·К);

ε – коефіцієнт випромінювання;

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – стала Стефана–Больцмана;

$T_g(t)$ – температура газів за стандартною кривою пожежі, К;

T – початкова температура поверхні, К.

Стандартний температурний режим при пожежі має наступний вираз [6]:

$$T_g(t) = 20 + 345 \cdot \log_{10}(8t + 1), \quad (12)$$

де

t – час пожежі.

Умова теплового контакту на межі колона–перекриття (поверхня контакту), набуває наступного вигляду C_{cs} :

$$-\lambda_c(T) \frac{\partial T_c}{\partial \vec{n}_c} = \beta(T_c - T_s) - \lambda_s(T) \frac{\partial T_s}{\partial \vec{n}_s}, \quad (13)$$

$$C_{cs} = \beta(T_c - T_s), \quad (14)$$

де

β – коефіцієнт контактного теплообміну між колоною і перекриттям, Вт/(м²·К);

$T_c - T_s$ – температури на межі з боку колони і плити відповідно, К.

У чисельному моделюванні теплопередачі у залізобетонному вузлі «колона–перекриття» доцільно приймати усереднене значення коефіцієнта контактного теплообміну β , що становить $375 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$, відповідно до рекомендованого діапазону $250 - 500 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$, наведеного у [11, 12].

Врахування взаємного інфрачервоного випромінювання між колоною та перекриттям при пожежі.

Рисунок 2 ілюструє процес врахування взаємного інфрачервоного випромінювання між залізобетонною колоною та перекриттям у зоні вузла під час дії пожежі. На схемі представлено узагальнену модель теплопровідності, що включає комбінацію конвективного q_{conv} та радіаційного q_{rad} теплового впливу на відкриті поверхні елементів конструкції. Особлива увага зосереджена на деталізації області теплової взаємодії між внутрішніми поверхнями стику, де

формується додатковий компонент – взаємне радіаційне випромінювання $q_{rad,m}$, що виникає внаслідок оптичного зв'язку між ділянками перекриття та колони.

У збільшеному фрагменті праворуч представлено параметри моделі: $\lambda(T)$, $c(T)$, $\rho(T)$ температурозалежні теплофізичні характеристики матеріалів; Ω_c , Ω_s – просторові області поверхонь, що беруть участь у взаємному опроміненні; F_0 – коефіцієнт взаємного бачення (view factor); r_0 – відстань між опроміненими ділянками. Схема моделює як основний потік теплоти від пожежі, так і додаткову локальну передачу енергії між внутрішніми поверхнями, яка суттєво впливає на формування температурних полів поблизу вузла. Такий підхід дозволяє більш точно описати теплові процеси поблизу вузлів, що дозволить визначити точніше час втрати несучої здатності.

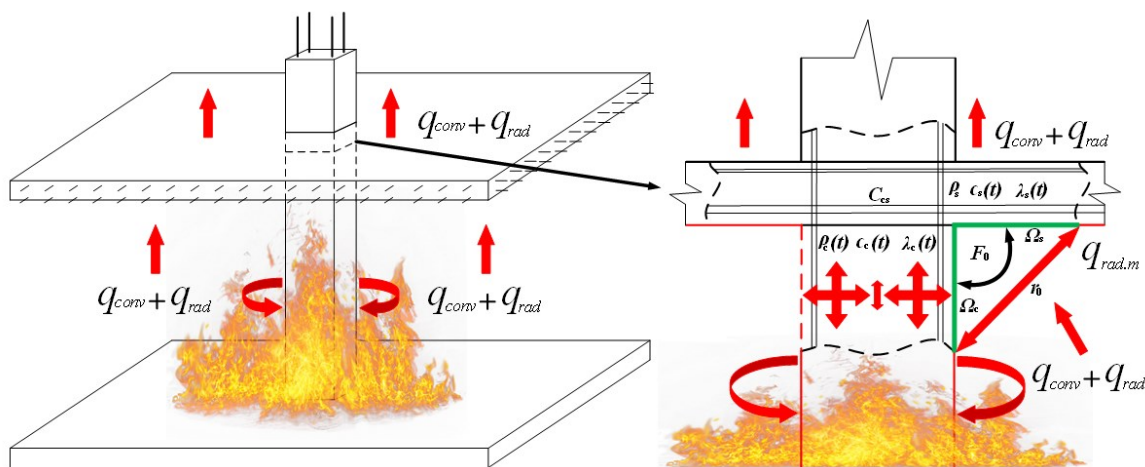


Рисунок 2 – Схематичне представлення моделі теплопереносу у вузлі «колона–перекриття» з урахуванням взаємного інфрачервоного випромінювання між внутрішніми поверхнями конструкцій при пожежі.

У загальному вигляді, теплове випромінювання між двома плоскими поверхнями A_1 і A_2 визначається рівнянням [13,14]:

$$q_{1-2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1-2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}, \quad (15)$$

де:

q_{1-2} – щільність теплового потоку від поверхні A_1 , A_2 , Вт/м^2 ;

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – стала Стефана–Больцмана;

T_1 , T_2 , – абсолютні температури поверхонь A_1 , A_2 , відповідно, К ;

ε_1 , ε_2 – коефіцієнти випромінювальної здатності відповідних поверхонь;

F_{1-2} – коефіцієнт форми, частка випромінювання від A_1 , що потрапляє на A_2 ;

A_1, A_2 – площі поверхонь, m^2 .

Коли визначити точне значення F_{1-2} складно, застосовують наближену ефективну формулу для визначення взаємного інфрачервоного випромінювання між колоною та перекриттям при пожежі – $q_{rad.m}$:

$$q_{rad.m} = \varepsilon_{eff} \sigma (T_c^4 - T_s^4) \quad (16)$$

$$\text{де: } \varepsilon_{eff} = \frac{1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{1-2}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \frac{A_1}{A_2}}, \quad (17)$$

$$F_{1-2} = \frac{1}{A_1} \iint_{A_1} \iint_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi S_{1-2}^2} dA_1 dA_2, \quad (18)$$

F_{1-2} – коефіцієнт форми, частка теплового випромінювання, що виходить з поверхні A_1 і досягає поверхні A_2 ; безрозмірна величина (від 0 до 1);

θ_1 – кут між нормаллю до поверхні dA_1 та вектором напрямку до dA_2 , рад;

θ_2 – кут між нормаллю до поверхні dA_2 та вектором напрямку до dA_1 , рад;

S_{1-2} – відстань між точками dA_1 та dA_2 , м;

dA_1, dA_2 – елементи площі поверхонь A_1 та A_2 , m^2 ;

$\cos \theta_1, \cos \theta_2$ – косинуси кутів між нормаллями до елементів площі і напрямом теплового випромінювання й враховують просторову орієнтацію поверхонь;

π – математична константа, що дорівнює приблизно – 3,14.

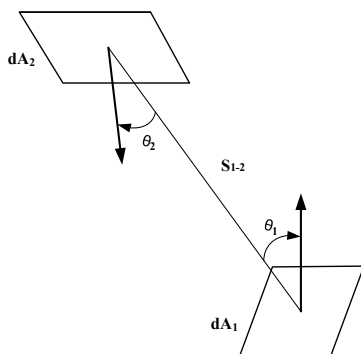


Рисунок 3 – Геометрична модель радіаційного теплообміну між двома

ε_{eff} – ефективний коефіцієнт випромінювання для поверхонь.

Формула дає нижчу теплову інтенсивність при збільшенні відстані між поверхнями або зменшенні площі поверхонь.

Важливе значення величини взаємного інфрачервоного випромінювання між колоною та перекриттям при пожежі відіграє взаємне розташування поверхонь. Оскільки в більшості випадків розташування поверхонь перпендикулярне, значення F_{1-2} вираховується за наступною формулою:

диференціальними поверхнями dA_1 і dA_2 які використовуються у розрахунку коефіцієнта форми F_{1-2}

Рисунок 3 відображає просторову взаємодію між двома диференціальними елементами поверхні dA_1 та dA_2 , які беруть участь у радіаційному теплообміні. Даний підхід застосовується при аналітичному та чисельному моделюванні радіаційного теплообміну між поверхнями конструкцій при пожежі. Поверхня dA_1 випромінює теплову енергію у напрямку поверхні dA_2 , при цьому лінія, яка з'єднує ці два елементи, має довжину S_{1-2} . Кути θ_1 та θ_2 відповідають кутам між нормаллями до відповідних поверхонь та напрямком лінії бачення S_{1-2} . Ця геометрія є базовою для виведення виразу для диференціального геометричного фактора (view factor), який визначає частку випромінювання, що передається від dA_1 до dA_2 .

Для спрощено варіанту визначення взаємного радіаційного випромінювання $q_{rad.m}$ можна також застосовувати спрощену формулу:

$$q_{rad.m} = \sum_i \varepsilon_i \cdot \sigma \cdot (T_j^4 - T_i^4) F_{j \rightarrow i}, \quad (19)$$

де

$q_{rad.m}$ – потік теплового випромінювання, що надходить на поверхню i від поверхні j , Вт/м²;

ε_i – коефіцієнт випромінювання поверхні i (для бетону ≈ 0.80);

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – стала Стефана–Больцмана;

T_i – температура поверхні i (на яку надходить випромінювання), К;

T_j – температура поверхні j (яка випромінює), К;

$F_{j \rightarrow i}$ – коефіцієнт взаємного бачення: скільки % випромінювання з j попадає на i (від 0 до 1).

Першою буде випромінювати тепло та нагрівати іншу конструкцію та, яка раніше прогріється до вищої температури. Тобто – конструкція з меншою тепловою інерцією, меншою масивністю або більш інтенсивним навантаженням від пожежі.

У випадку дії пожежі на конструкції які будуть складатися із колони та перекриття, першою випромінює тепло –

$$-\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha \cdot (T_g(t) - T) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_g(t)^4 - T^4) + \sum_i \varepsilon_i \cdot \sigma \cdot (T_j^4 - T_i^4) \cdot F_{j \rightarrow i}, \quad (21)$$

де

$\lambda(T)$ – коефіцієнти теплопровідності матеріалу, Вт/м·К;

$\frac{\partial T}{\partial n}$ – температурний градієнт у напрямку нормалі до поверхні;

α – коефіцієнт конвективного теплообміну (Вт/м²·К);

$T_g(t)$ – температура газового середовища в момент часу, К;

ε – коефіцієнт випромінювання поверхні відповідної поверхні;

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – стала Стефана–Больцмана;

T – температура поверхні, К;

T_i – температура поверхні i (на яку надходить випромінювання), К;

T_j – температура поверхні j (яка випромінює), К;

$F_{j \rightarrow i}$ – коефіцієнт взаємного бачення: скільки % випромінювання з j попадає на i (від 0 до 1).

колона, оскільки як приклад вона прогрівається швидше (з усіх сторін), має меншу загальну масу на 1 м² обігріваної поверхні (менша товщина), раніше досягає вищої температури, і як результат – інтенсивно випромінює інфрачервоне тепло до перекриття.

Загальний вигляд граничної умови на плиті на нижній поверхні плити яка обігрівается знизу гарячими газами пожежі, одночасно отримує теплове випромінювання від нагрітих бічних поверхонь колони, сумарний тепловий потік буде мати вигляд.

Граничні умови на зовнішній поверхні залізобетонної плити, яка піддається вогневому впливу та додатково опромінення бічними сторонами колони буде мати наступний вигляд:

$$-\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial n} = q_{conv} + q_{rad} + q_{rad.m} \quad (20)$$

або

Для розрахунку інтенсивності теплового потоку, що надходить від нагрітих поверхонь залізобетонної колони до нижньої поверхні плити перекриття в умовах пожежі, залежно від відстані, використовується наступне співвідношення:

$$q_{rad.m}(r, t) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot [T_c^4(t) - T_s^4(t)] \cdot \frac{F_0}{r^2}, \quad (22)$$

де

$q_{rad.m}(r, t)$ – щільність теплового потоку, Вт/м², що надходить на елемент перекриття на відстані r від колони у момент часу t ;

ε – коефіцієнт випромінювання поверхні (для бетону ≈ 0.80);

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – стала Стефана–Больцмана;

$T_c(t)$ – температура поверхні колони, К, що змінюється з часом відповідно до стандартної пожежі;

$T_s(t)$ – температура поверхні перекриття, К;

F_0 – коефіцієнт взаємного бачення (від 0 до 1);

r – відстань між випромінюючою поверхнею колони та елементом перекриття, що приймає тепло, м.

Для оцінки щільності теплового потоку, що надходить від нагрітих бокових поверхонь колони до перекриття внаслідок інфрачервоного випромінювання, критично важливо враховувати коефіцієнт взаємного бачення F_0 , який залежить від геометрії та просторового розташування елементів.

$$F_0 = \frac{1}{2\pi} \left[\sin^{-1} \left(\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + H^2}} \right) + \frac{abH}{(\alpha^2 + H^2) \sqrt{b^2 + H^2}} + \frac{abH}{(b^2 + H^2) \sqrt{a^2 + H^2}} \right], \quad (23)$$

де

F_0 – коефіцієнт взаємного бачення (від 0 до 1);

a — напівширина вертикальної поверхні, м;

b — напівширина горизонтальної поверхні, м;

H — відстань між ними, м

Основні механізми теплопередачі, що виникають у зоні з'єднання «залізобетонна колона–перекриття» під час пожежі представлені у таблиці 1. Таблиця відображає характер кожного процесу, умови його реалізації, напрям теплового потоку та поведінку при температурному вирівнюванні.

Таблиця 1 – Механізм теплообміну на поверхнях колони та перекриття

№ з/п	Механізм	Формула моделі	Напрямок потоку	Діє, коли	Що відбувається при вирівнюванні температур
1.	Конвекція від газів	$\alpha \cdot (T_g(t) - T)$	від нагрітих газів до поверхні	$T_g > T$	Потік зникає коли $T_g > T$
2.	Випромінювання	$\varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_g^4 - T^4)$	від газів до поверхні	$T_g > T$	Потік зникає коли $T_g > T$
3.	Власне випромінювання з поверхні колони	$\varepsilon \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_i^4) \cdot F_{j \rightarrow i}$	від колони до плити	$T > T_i$	Потік зникає коли $T > T_i$
4.	Випромінювання від плити на колону (зворотне)	$\varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T^4) \cdot F_{i \rightarrow j}$	від плити до колони	$T_i > T$	Потік зникає коли $T > T_i$
5.	Теплопровідність	$-\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial n}$	всередину елемента	залежить від матеріалу	Температурний профіль усередині вирівнюється

Для врахування $q_{rad.m}(r, t)$, що виникає між боковою поверхнею залізобетонної колони та нижньою гранню плити перекриття в умовах стандартної пожежі, необхідно слід приймати розрахункові ділянки:

– по площі перекриття (горизонтально), рекомендований радіус ураження $r \leq 0,5$ м;

– по висоті колони (вертикально), рекомендована висота ураження $r \leq 0,5$ м.

У межах до 0,5 м від бокової поверхні колони щільність теплового потоку від інфрачервоного випромінювання змінюється нерівномірно, зменшуючись та визначаючись за формулою (22).

У результаті на відстані 0,1–0,2 м від колони додаткове теплове навантаження може становити до 30–35 % від загального потоку пожежі, на відстані 0,3–0,5 м – знижується до 10–15 %. Цей вплив є локально значущим і може

викликати в цих зонах прискорене досягнення критичних температур арматури, зменшення граничного часу вогнестійкості перекриття на 5–15 хв, формування локальних зон пошкодження.

Висновки та напрями подальших досліджень. У результаті проведеного дослідження було побудовано удосконалену математичну модель теплопередачі в системі «залізобетонна колона–перекриття» з урахуванням складних теплофізичних процесів, що виникають під час пожежі. На відміну від спрощених ізольованих моделей, запропонована модель відображає сумісну роботу конструктивних елементів та взаємний тепловий вплив у межах єдиної розрахункової області. Важливість полягає у врахуванні одночасно кількох механізмів теплопередачі:

– конвективний обмін між гарячими газами та поверхнею конструкції;

– випромінювання від пожежі;
– врахування локального теплообміну в зоні контакту;
– взаємне теплове випромінювання між окремими елементами конструкції, зокрема від нагрітої колони на плиту перекриття.

Такий підхід дозволяє значно підвищити точність прогнозування температурних полів у зонах стику несучих елементів, де відбувається концентрація термічного навантаження. У свою чергу, це забезпечує достовірну оцінку зниження несучої здатності, деформаційних характеристик та потенціалу прогресуючого обвалення в умовах пожежі.

Запропонована модель можлива для чисельної реалізації методом скінченних елементів у програмі ЛІРА-САПР, ANSYS при моделюванні розподілу температурних полів залізобетонних конструкцій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Lie, T. (1992). *Structural fire protection*. ASCE.
2. Schneider, U., Harada, T. (2005). Behavior of concrete at high temperatures. *Fire Safety Journal*, 40(8), 638–645.
3. Kodur, V., Dwaikat, M. (2007). A numerical model for predicting the fire resistance of reinforced concrete beams. *Journal of Fire Protection Engineering*, 17(4), 293–320.
4. Kodur, V., Dwaikat, M. (2015). Modeling the response of reinforced concrete slabs to fire exposure. *Computers and Concrete*, 15(3), 375–390.
5. CEN (2004). *EN 1992-1-2: Eurocode 2. Design of concrete structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design*.
6. CEN (2002). *EN 1991-1-2: Eurocode 1. Actions on structures – Part 1-2: General actions – Actions on structures exposed to fire*.
7. Usmani, A., Rotter, J., Lamont, S., Sanad, A., Gillie, M. (2001). Fundamental principles of structural behavior under thermal effects. *Fire Safety Journal*, 36(8), 721–744.
8. Лобко І. О. Гудименко О. М. (2018). Аналіз температурних полів у вузлах монолітних будівель під час пожежі. *Науково-технічний вісник будівництва*, 101(1), 48–54.
9. Klote, R. (2000). Heat transfer and fire modeling, NIST, 2000.
10. Mendez, A. (2020). Analysis of heat transfer mechanisms in hollow concrete masonry units under fire conditions. *Journal of Building Physics*.
11. SFPE. (2016). *Handbook of Fire Protection Engineering*. 5th ed. – Springer, 3496.
12. Park, J., Kim, S., Lee, J. (2020). Thermal Contact Conductance-Based Thermal Behavior Analytical Model for Hybrid Floors at Elevated Temperatures. *Materials*, 13(21), 4869.
13. Modest, M.F. (2013). *Radiative Heat Transfer*. 3rd ed. Academic Press.
14. Siegel, R., Howell, J. (2002). *Thermal Radiation Heat Transfer*. 4th ed. Taylor, Francis.

REFERENCES

1. Lie, T. (1992). *Structural fire protection*. ASCE.
2. Schneider, U., Harada, T. (2005). Behavior of concrete at high temperatures. *Fire Safety Journal*, 40(8), 638–645.
3. Kodur, V., Dwaikat, M. (2007). A numerical model for predicting the fire resistance of reinforced concrete beams. *Journal of Fire Protection Engineering*, 17(4), 293–320.
4. Kodur, V., Dwaikat, M. (2015). Modeling the response of reinforced concrete slabs to fire exposure. *Computers and Concrete*, 15(3), 375–390.
5. CEN (2004). *EN 1992-1-2: Eurocode 2. Design of concrete structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design*.
6. CEN (2002). *EN 1991-1-2: Eurocode 1. Actions on structures – Part 1-2: General actions – Actions on structures exposed to fire*.
7. Usmani, A., Rotter, J., Lamont, S., Sanad, A., Gillie, M. (2001). Fundamental principles of structural behavior under thermal effects. *Fire Safety Journal*, 36(8), 721–744.
8. Lobko I. O. Hudymenko O. M. (2018). Analiz temperaturnykh poliv u vuzlakh monolitnykh budivel pid chas pozhezhi. *Naukovo-tekhnichnyi visnyk budivnytstva*, 101(1), 48–54.
9. Klote, R. (2000). Heat transfer and fire modeling, NIST, 2000.

10. Mendez., A. (2020). Analysis of heat transfer mechanisms in hollow concrete masonry units under fire conditions. *Journal of Building Physics*.
11. SFPE. (2016). Handbook of Fire Protection Engineering. 5th ed. – Springer, 3496.
12. Park, J., Kim, S., Lee, J. (2020). Thermal Contact Conductance-Based Thermal Behavior Analytical Model for Hybrid Floors at Elevated Temperatures. *Materials*, 13(21), 4869.
13. Modest, M.F. (2013). Radiative Heat Transfer. 3rd ed. Academic Press.
14. Siegel, R., Howell, J. (2002). Thermal Radiation Heat Transfer. 4th ed. Taylor, Francis.

IMPROVEMENT OF THE MATHEMATICAL MODEL OF HEAT TRANSFER OF THE "REINFORCED CONCRETE COLUMN-FLOOR" SYSTEM

R. Maiboroda, Yu. Otrosh

National University of Civil Protection of Ukraine, Ukraine

KEYWORDS: ABSTRACT

thermal
conductivity,
fire,
reinforced
concrete,
connection
point, contact
thermal
conductivity,
progressive
collapse.

The article presents an improved mathematical model of thermal conductivity in the «reinforced concrete column–floor» system during a fire, which takes into account the spatial thermal interaction of structural elements, thermal contact in the joint zone, and the mechanism of mutual irradiation. The model is a significant extension of the classical approach, in which structures are considered mainly as passive objects of heat absorption. The proposed approach takes into account that heated surfaces are additional sources of radiation, which contributes to an increase in the temperature of structures in the near joint zone, and are also simultaneously cooled due to heat losses due to mutual irradiation. The calculation of mutual irradiation between surfaces in the model is implemented taking into account the coefficient of vision and distances between surfaces. A description of thermal contact is presented through the coefficient of contact heat transfer, which takes into account the nature of adhesion and the density of the monolithic joint. As a result, the model allows to accurately reflect the temperature distribution at the junction of structures, including additional local heating due to mutual irradiation. The results of numerical analysis showed that in the zone up to 0.5 m from the junction, additional column radiation can increase the temperature of the floor by 20–40°C compared to models without taking this interaction into account, which reduces the fire resistance of the slab by 5–10%. Taking this effect into account is especially important in calculations of resistance to progressive collapse of buildings due to fire, since exceeding critical temperatures in the zone of connection of structures significantly increases the probability of initiating sequential collapse of load-bearing elements. Thus, the improved model provides a comprehensive numerical representation of temperature fields under fire conditions, taking into account constructive interaction, thermal contact, mutual irradiation and the impact on the probability of progressive collapse in monolithic reinforced concrete buildings. Practical implementation is possible in numerous software environments, such as LIRA-SAPR.